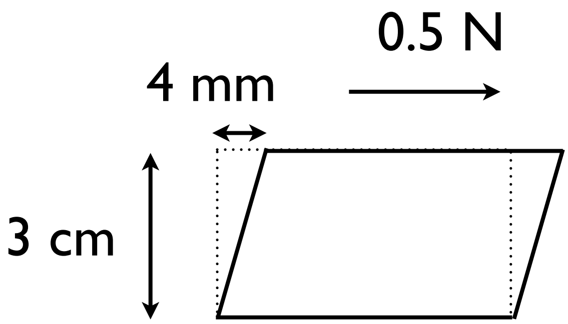
Exercice 1

Il s'agit d'un simple application de formule. Vue depuis le côté, la tranche de gâteau se présente ainsi :



Soit $F = 0.5\,\mathrm{N}$ la force appliqué, $h = 3\,\mathrm{cm}$ l'hauteur du gâteau, $d = 4\,\mathrm{mm}$ la déplacement de la partie supérieure. La force est appliquée sur la surface supérieure (non visible), $S = 15\,\mathrm{cm}^2$. On suppose que la déformation est un cisaillement simple, pour lequel la relation suivant est valable :

$$\frac{F}{S} = \mu \frac{d}{h} \tag{1}$$

Le simple algèbre nous donne $\mu = 2.5\,\mathrm{kPa}$. Attention aux unités

Exercice 2

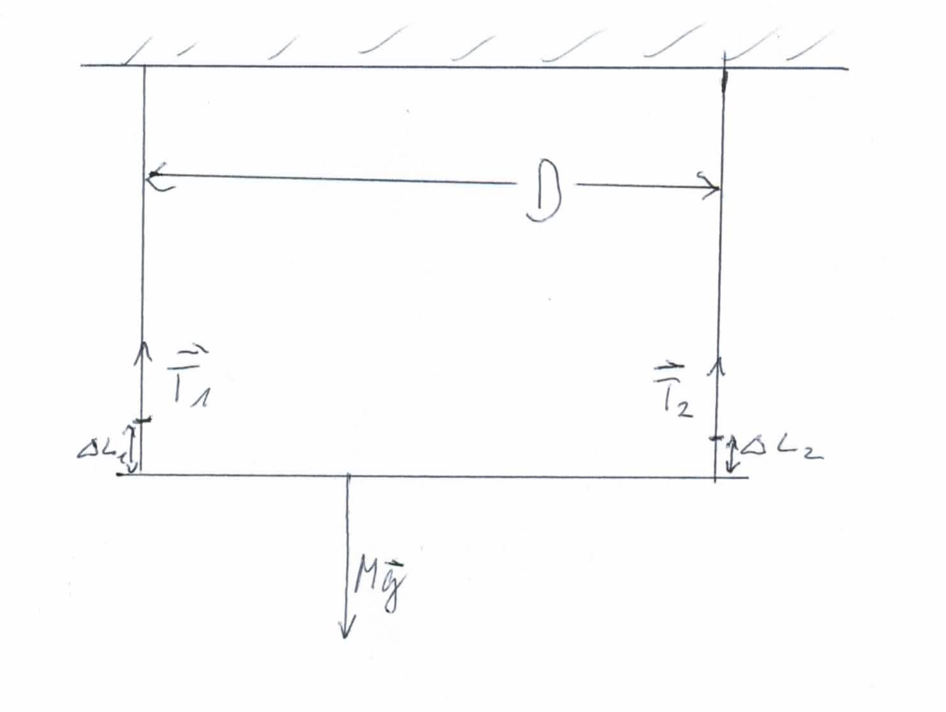
La résistance ultime de traction d'un matériau correspond à la contrainte maximale que l'on peut lui appliquer avant qu'il ne se brise.
Soit $T = 60\,\mathrm{MPa}$ la résistance ultime et $S = 1\,\mathrm{mm}^2$ la section droite de la fibre. On peut supposer que la fibre peut supporter une charge F_{max} qui impose sur elle une contrainte égale à la résistance ultime T :

$$T = \frac{F_{max}}{S} \tag{2}$$

qui nous donne $F_{max} = 60\,\mathrm{N}$.

Exercice 3

Soit $M = 400$ kg la masse suspendue, $D = 1$ m la longueur de la tige de masse négligeable, $r = 1$ mm le rayon des fils, $L_1 = 1.000$ m et $L_2 = 1.001$ m leur longueurs, et finalement $E_Y = 2.1E11$ Pa le module de Young des fils.



Comme les fils ont une longueur différent, la tige n'est pas horizontale initialement, et il faut que la déformation des deux soit différent pour arriver à des longueurs identiques :

$$L_1 + \Delta L_1 = L_2 + \Delta L_2 \tag{3}$$

La tige étant en équilibrium, la somme des forces et la somme des moment de forces agissant sur elle sont zéro :

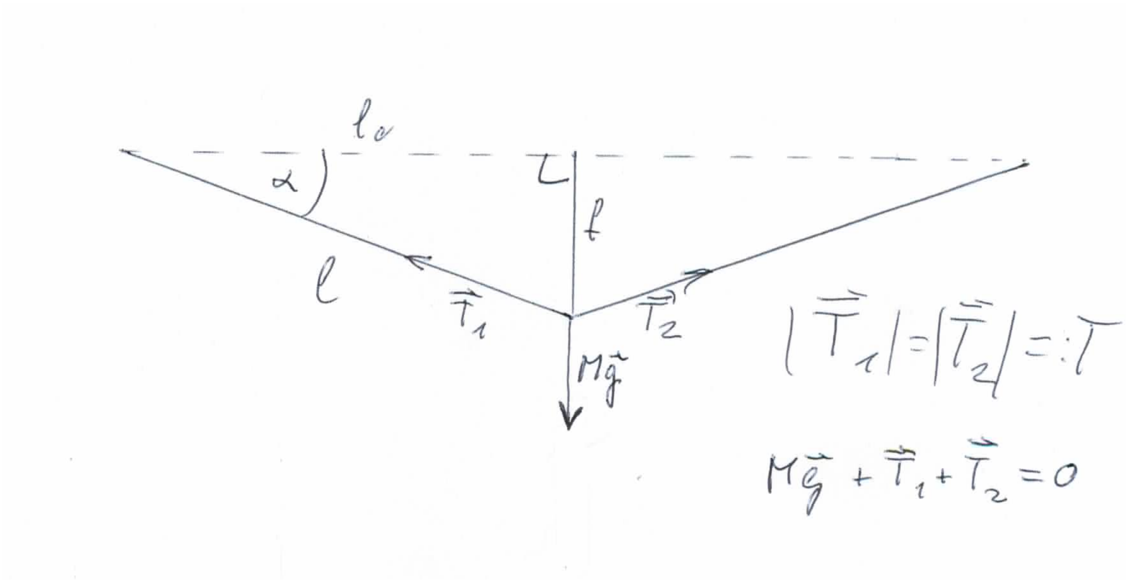
$$\begin{aligned} T_1 + T_2 &= Mg \quad (4) \\ Mgx - T_2 D &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

Equation (7) est le moment des forces par rapport à la point de suspension No. 1.
Finalement, les tensions dans les fils sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{r^2\pi} &= E_Y \frac{\Delta L_1}{L_1} \quad (6) \\ \frac{T_2}{r^2\pi} &= E_Y \frac{\Delta L_2}{L_2} \quad (7) \end{aligned}$$

Les 5 équations nous permettent de déterminer les 5 inconnus. Les résultats sont $\Delta L_1 = 3.47$ mm, $\Delta L_2 = 2.47$ mm, $\sigma_1 = \frac{T_1}{r^2\pi} = 729$ MPa, $\sigma_2 = 518$ MPa, $x = 41.5$ cm.

Exercice 4



Soit $2l$ la longueur de la fil fléchie. Selon le théorème de Pithagore $l^2 = l_0^2 + f^2$ donc

$$\frac{f^2}{l_0^2} = \frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} = \frac{(l-l_0)(l+l_0)}{l_0^2} \approx \frac{(l-l_0)2}{l_0} \tag{8}$$

qui donne

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{f^2}{2l_0^2} \tag{9}$$

Comme $\frac{f}{l_0} = \tan\alpha \approx \alpha$, nous avons

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\alpha^2}{2} \tag{10}$$

Le système étant en équilibre, on peut écrire l'équilibre des forces selon la direction verticale comme suite :

$$2T\sin\alpha = Mg \tag{11}$$

$$T = SE\frac{\Delta l}{l_0} \tag{12}$$

Mettant ces équations ensemble nous trouvons

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{mg}{SE}} \tag{13}$$

$$f = l_0 \sqrt[3]{\frac{mg}{SE}} \tag{14}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{mg}{SE}}^2 \tag{15}$$

$$T = \frac{mg}{2\alpha} \tag{16}$$